

「生徒の自己選択・自己決定」を通じた
「思考力，判断力，表現力等」の育成

授業の流れ

- 1 本日の課題の説明
- 2 難易度別（Easy・Standard・Hard）のワークシートを生徒自身が選択し、課題に取り組む。
課題は解法が複数あり、生徒が解法を選択できる。
- 3 解法の共有
共有する相手は、生徒自身で選択
- 4 「振り返りシート」で活動の振り返り

使用したワークシート① (数列)

課題 1

数学β 2学期課題学習プリント① (複利法) Standardコース

()組()番 名前()

以下の【課題】について、Step1~3に取り組もう。

Step1 課題について、**解法1**または**解法2**のやり方で解く。
(25分)

Step2 他の生徒と解法の仕方を説明し合う。グループを作ってもいいし、2人1組でもOK。誰と解法を共有するか、自分で考えて行動する。(15分)

Step3 本日の【振り返り】をする(5分)

<問>1年目の初めに新規に100万円を預金し、2年目以降の毎年初めに12万円を追加で預金する。ただし、毎年の終わりに、その時点での預金額の8%が利子として預金に加算される。自然数 n に対して、 n 年目の終わりに利子が加算された後の預金額を S_n 万円とする。ただし、 $\log_{10}2 = 0.3010$, $\log_{10}3 = 0.4771$ とする。

【課題】

預金額 S_n 万円が、513万円より大きくなる n を求めよ。

解法1 漸化式 S_{n+1} と S_n の関係式を導き、 S_n を n を用いて表し、 $S_n > 513$ となる n を求めよ。

解法2 S_1, S_2, S_3, \dots を求めることにより、その規則性から S_n を n を用いて表し、 $S_n > 513$ となる n を求めよ。

課題は解法が複数考えられ、生徒自身がさまざまな解法を選択できる。難易度Hardはヒントなし、StandardやEasyは解法のヒントを与えた。

使用したワークシート② (図形総合)

課題2

数学β 2学期課題学習プリント② (正五角形) Easyコース

()組()番 名前()

以下の【課題】について、Step1~3に取り組もう。

- Step1 課題を解く (解法1~4, または自分の思いついた解法で解く。なるべく多くの解法で解こう)。(25分)
- Step2 他の生徒と解法の仕方を説明し合う。グループを作ってもいいし、2人1組でもOK。誰と解法を共有するか、自分で考えて行動する。(15分)
- Step3 本日の【振り返り】をする(5分)

【課題】

$\cos 72^\circ$ を求めよ。

解法1 $\angle BAC = 36^\circ$, $BC = 3$, $AB = AC$ の二等辺三角形 ABC がある。 $\angle ABC$ の二等分線が辺 AC と交わる点を D とし、線分 CD の長さを求めることにより、 $\cos 72^\circ$ を求める。

【ヒント1】 相似な図形に着目。

【ヒント2】 CD を求めたら、 72° の直角三角形を作ろう。

解法2 1辺の長さが1の正五角形 $ABCDE$ がある。 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{b}$ とする。

\overrightarrow{AC} を2通りで表すことにより、対角線の長さ x を求め、 $\cos 72^\circ$ の値を求める。

【ヒント1】 $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EC}$ と考え、それぞれ \vec{a} , \vec{b} で表す。

【ヒント2】 \overrightarrow{AC} を2通りで表したら、係数比較。

解法3 $\theta = 72^\circ$ のとき、 $\cos 2\theta = \cos 3\theta$ を示すことにより、 $\cos \theta$ を求める。

【ヒント1】 $\theta = 72^\circ$ のとき、 $5\theta = 360^\circ$ であるから、 $3\theta = 360^\circ - 2\theta$

【ヒント2】 2倍角、3倍角の公式を用いて、 $\cos \theta$ の方程式を作る。

解法4 $z = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$ とおく。ただし、 i は虚数単位である。

$z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ を示すことにより、 $\cos 72^\circ$ を求める。

【ヒント1】 $z = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$ のとき、 $z^5 = \cos 360^\circ + i \sin 360^\circ$ より $z^5 = 1$

【ヒント2】 $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ (相反方程式) を解くために、両辺を $t = z + \frac{1}{z}$ とおく。

使用したワークシート③ (場合の数)

数学B 2学期課題学習プリント③ (組分け) **Hard**コース

()組()番 名前()

課題3

以下の【課題】について、Step1~3に取り組もう。

- Step1 課題を解く (解法1~13を解く。なるべく多くの解法を解こう)。(25分)
- Step2 他の生徒と解法の仕方を説明し合う。グループを作ってもいいし、2人1組でもOK。誰と解法を共有するか、自分で考えて行動する。(15分)
- Step3 本日の【振り返り】をする(5分)

【課題】6個の玉を分ける方法は何通りあるか。

- 解法1 6個の異なる玉を、Aさんに3個、Bさんに2個、Cさんに1個分ける方法。
- 解法2 6個の異なる玉を、3個、2個、1個の3組に分ける方法。
- 解法3 6個の異なる玉を、Aさんに2個、Bさんに2個、Cさんに2個分ける方法。
- 解法4 6個の異なる玉を、2個、2個、2個の3組に分ける方法。
- 解法5 6個の異なる玉を、4個、1個、1個の3組に分ける方法。
- 解法6 6個の異なる玉を、3人に分ける方法。ただし、受け取らない人がいてもよい。
- 解法7 6個の異なる玉を、3人に分ける方法。ただし、受け取らない人はいない。
- 解法8 6個の異なる玉を、3組に分ける方法。ただし、0個の組があってもよい。
- 解法9 6個の異なる玉を、3組に分ける方法。ただし、0個の組があってはならない。
- 解法10 6個の区別がつかない玉を、3人に分ける方法。ただし、受け取らない人がいてもよい。
- 解法11 6個の区別がつかない玉を、3人に分ける方法。ただし、受け取らない人はいない。
- 解法12 6個の区別がつかない玉を、3組に分ける方法。ただし、0個の組があってもよい。
- 解法13 6個の区別がつかない玉を、3組に分ける方法。ただし、0個の組があってはならない。

このワークシートは難易度別にさまざまな解法の仕方を考えられるよう工夫した。Hardは解法13種類、Standardは9種類、Easyは解法6種類。

授業の様子



難易度別のワークシートを自分で選び、
まずは個々で課題に取り組んだ。
その後、生徒たちで解法の共有をした。

生徒

生徒

実践報告

課題2 ($\cos 72^\circ$)

課題1 (預金額)

$$S_2(S_1+12) \times 1.08 = 120 \times 1.08$$

$$S_{n+1} = (S_n+12) \times 1.08$$

$$S_5 = (S_2+12) \times 1.08$$

$$S_{n+1} = (S_n+12) \times 1.08$$

$$S_1 = 1.08 S_{n+1} = 1.08 S_n + 12.96$$

$$C = 1.08C + 12.96$$

$$100C = 108C + 1296$$

$$-8C = 1296$$

$$C = -162$$

$$S_{n+1} \cdot 162 = 1.08(S_n + 162)$$

$$S_{n+1} = \frac{1.08 S_n + 162 \cdot 1.08}{162}$$

$\frac{1.08}{12}$	120
$\frac{108}{216}$	29.5
$\frac{108}{1296}$	270
	$\frac{1.08}{2160}$
	2900
	$\frac{291.60}{162.00}$
	$\frac{129.60}{129.60}$

$8 \overline{) 1296}$
 $\frac{162}{8} = 20.25$
 $8 \overline{) 291.60}$
 $\frac{36.45}{8} = 4.55625$

課題1では一つの解法で解こうとしていたが、課題2では複数の解法に挑戦する生徒もいた。

$180-36 = 144$
 $= 144$
 72

$x^2 = x^2 + 9 - 2 \cdot 3 \cdot x \cos 72^\circ$
 $x = x + (x-3)^2 - 2 \cdot 3 \cdot (x-3) \cos 72^\circ$
 $2x \cos 72^\circ = 3$
 $(x-3)^2 = 2 \cdot 3 \cdot (x-3) \cos 72^\circ$
 $\cos 72^\circ = \frac{3}{2x}$
 $\cos 72^\circ = \frac{x-3}{6}$
 $\frac{3}{2x} = \frac{x-3}{6} \rightarrow 18 = 2x(x-3)$
 $2x^2 - 6x - 18 = 0$
 $x^2 - 3x - 9 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{9+36}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{45}}{2} = \frac{3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

$\cos 72^\circ = \frac{3 - 3\sqrt{5}}{2}$

$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$
 $\cos^2 \theta - \sin^2 \theta = 2 \cos^2 \theta - 1$
 $\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$
 $2 \cos^2 \theta - 1 = 4 \cos^2 \theta - 3 \cos \theta$
 $\cos \theta = x$
 $4x^2 - 2x^2 - 3x + 1 = 0$
 $2x^2 - 3x + 1 = 0$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{9-8}}{4} = \frac{3 \pm 1}{4}$
 $x = \frac{3+1}{4} = 1$

$\cos 3\theta = \cos \theta \cos 2\theta - \sin \theta \sin 2\theta$
 $= \cos \theta (2 \cos^2 \theta - 1) - \sin \theta (2 \sin \theta \cos \theta)$
 $= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \sin^2 \theta \cos \theta$
 $= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2(1 - \cos^2 \theta) \cos \theta$
 $= 2 \cos^3 \theta - \cos \theta - 2 \cos \theta + 2 \cos^3 \theta$
 $= 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$

振り返りシートより

課題1 (預金額)

課題2 ($\cos 72^\circ$)

なぜその解法を選んだか？
数字を具体的に書いて考えるほうがわかりやすいと思ったから。テスト勉強したことをいかせれそうだなと思ったから。
具体的な数字が書いてあったので選んだのか。sinとcosとかはやっぱり三角形で求めるイメージが強いから、実際それが一番解きやすいと思ったので、 <u>解法</u> を選んだ。

振り返り (理解が深まったこと、理解することが難しかったこと etc.)
自分計算してたものを、ひたすらかたまりとして次の計算にまた使うという考え方について、理解が深まりました。
最初に二等分線も引いたDがACの中点になると感嘆して聞いていたことがためでした。中点になるのは3つの二等分線が重なる所が中点になるのを忘れました。2つ目は相似の比を使うときに、数字を2つだけしてしまえば計算ができていなくなってしまうと気づいてたためでした。11と理解できるから二等分線の比もわかるようになった。

まとめと今後の課題

- 1 生徒自身の選択の結果、課題を解けた生徒や複数の解法に挑戦する生徒が増加した。
- 2 課題の理解に向けて、他の生徒と話し合う様子が多くみられた。

→自己評価や教員の主観であることが課題
- 3 継続的な実践活動が必要である。