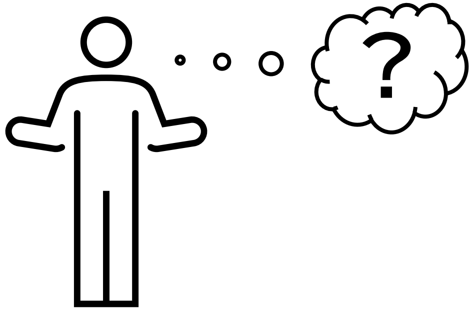
「統計的な推測」を
主体的に学ぶための教材の提案

実際に授業で使用した教材もありますので、併せて御覧ください

1　目的・ねらい



・確率分布から始まり、突然なぜ正規分布が出てくる？
・何のために正規分布を学んでいる？
・区間推定や仮説検定のときには気持ちが離れている。

等

ここを何とかしたい

主体的に学ぶ意欲の低下

1　目的・ねらい

前のスライドで提示した問題点を改善するために
以下の三つのポイントに重点を置きました。

①学ぶ順序の変更

②初めに「最終問題」として実生活に紐づいた課題を提示

③随所に「評価ポイント」を設定しその都度振り返りを促す

1　目的・ねらい

①学ぶ順序の変更

「数学Ｉ」で学んだ仮説検定を題材とした問題から行うことで、正規分布の有用性を実感するとともに、生徒の気持ちが離れないようにする。

正規分布

仮説検定

本来の流れ

母集団と標本
標本平均

推定

1　目的・ねらい

仮説検定を題材にしたもの

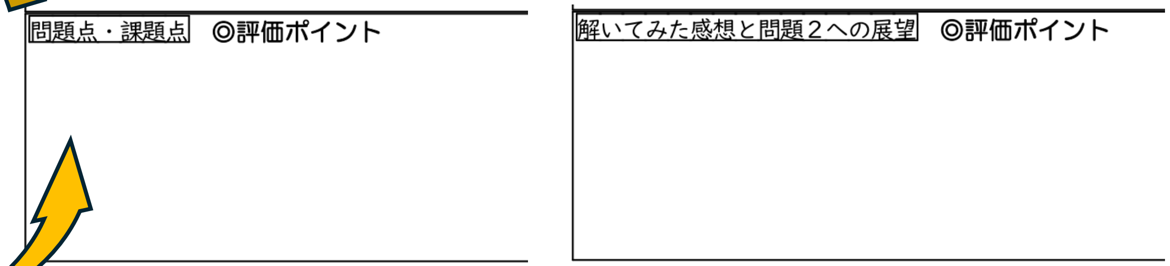
②始めに「最終問題」として
実生活に紐づいた課題を提示

さまざまな問題点に気付く

正規分布の有用性を実感する

主体的に学ぼうとする意欲を高める

③随所に「評価ポイント」を設定し
その都度振り返りを促す



・粘り強く取り組んでいるか
・自己の見直しができているか　等
主体性の評価につなげる

資料Ｐ２参照

2　教材の使用方法

最終問題　君たちは今１億円を賭けた大勝負のまっただ中にいる。勝負の方法はいたって簡単。

【ルール】１枚のコインを２０回投げて、表が多く出た方の勝ち。イカサマが発覚した時点で負け。

【状　況】相手が先攻で、１５回表が出てしまった。なかなか難しい状況になった…。

君たちの選択肢は以下の２つ。

選択肢①：このまま１６回以上表が出ることを信じて戦う　⇒　勝てる確率はいかほどか

選択肢②：相手のコインの偏りに言及してイカサマを暴きにかかる　⇒　表裏に偏りアリと言えるか

※確率５％未満は非現実的であると考えてよい。

①興味を引く課題
②仮説検定を意識
③最終的にこの問題を解くために学ぶのだという目的意識付け

$$ {}_{20}C_{15}\left(\frac{1}{2}\right)^{15}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{5}+{}_{20}C_{16}\left(\frac{1}{2}\right)^{16}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{4}+\cdots\cdots+{}_{20}C_{20}\left(\frac{1}{2}\right)^{20} $$

これを計算することは困難…。

問題点・課題点　◎評価ポイント

二項分布、反復試行の知識だけでは勝てる確率がわからない。

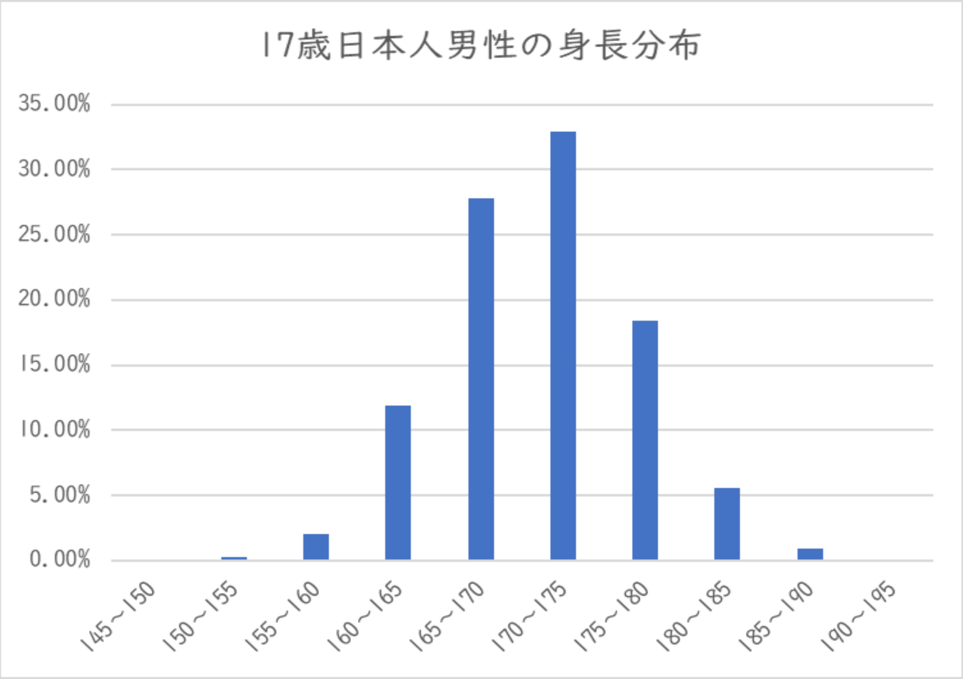
別の方法の必要性 ➡ そもそもコイン投げの分布ってどうなるの？⇒正規分布へ

2　教材の使用方法

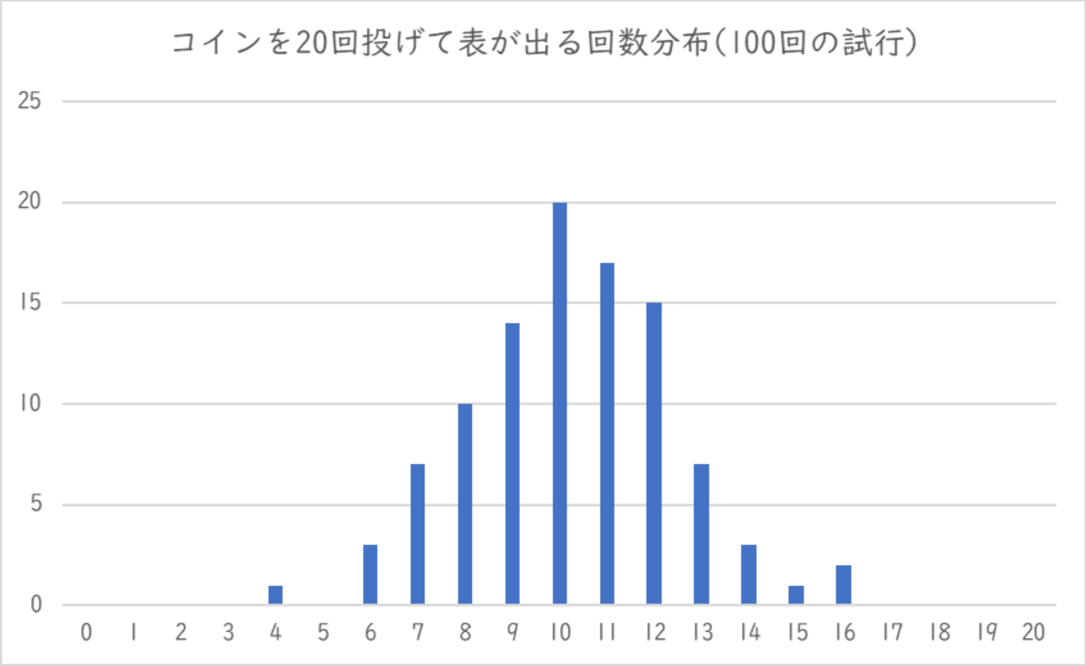
身近なデータで興味付けをし、多くのデータが正規分布の形に従うことを知る。

※コインは実際に投げさせ（コイン投げサイトを利用）
予想させた後、すぐに集計して結果の分布を見せる。

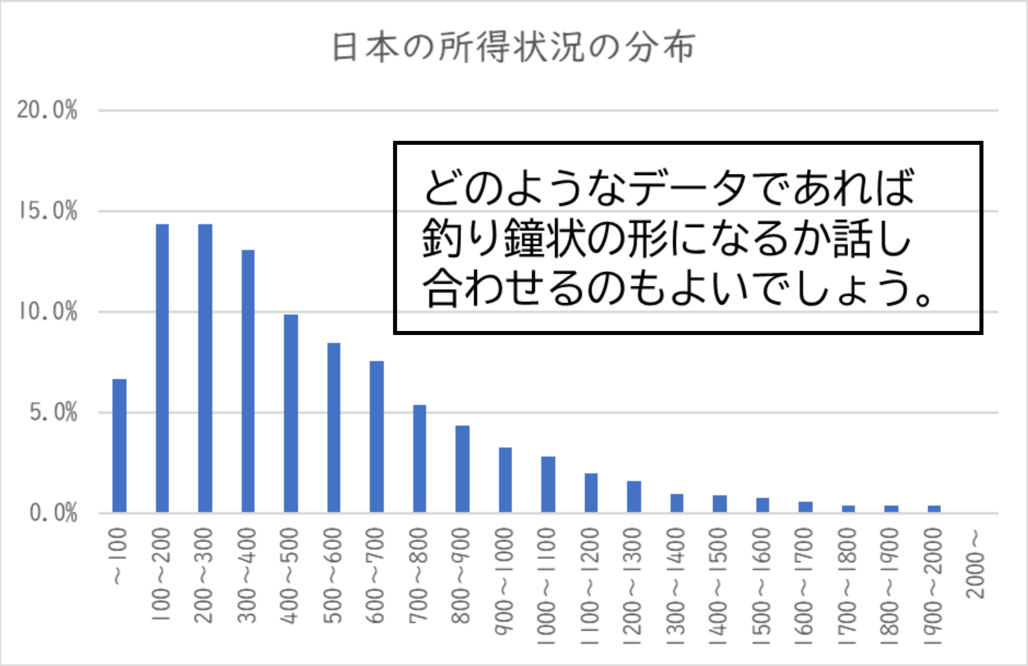
②



①



③



どのようなデータであれば釣り鐘状の形になるか話し合わせるのもよいでしょう。

資料Ｐ６～７参照

2　教材の使用方法

正規分表の有用性を実感するため
あえて標準正規分布から提示

問題１ ※確率を面積で表すことを学んだ後

確率変数 Z が正規分布 $N(0,\ 1)$ に従うとき，

確率 $P(0 \leqq Z \leqq 1.23)$ を求めよ。

$$\int_0^{1.23} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

これを計算することは困難…。

解いてみた感想　◎評価ポイント

式の形がよくわからず、解いた感じがしなくてもやもやした。

解いてみた感想　◎評価ポイント

指数に分数や文字があり、さらに積分するというのをみて
解く気がなくなりました。どうすればできるのかさっぱりわかりませんでした。

正規分布表の提示

u	………………	.03
…		
…		
1.2		0.3907
…		
…		

「生徒の気付き」があって
初めて有用性を実感

資料Ｐ６～８参照

２　教材の使用方法

問題２

確率変数 X が正規分布 $N(170.5\ ,\ 5.4^2)$ に従うとき，

確率 $P(X \geqq 178)$ を求めよ。

解いてみた感想と問題２への展望　**◎評価ポイント**

正規分布表を使うことできれいな確率を求めることができた。
しかし、問題２は正規分布がN(170.5, 5.4²)であるため、
このままでは簡単に解けなさそうだと感じた。

ここはもう一歩踏み込んで、
「どうしたらよいか」まで考えられるとなおよい

・生徒の気付き
・現状の問題把握

・解決の糸口
何とか
正規分布⇒標準正規分布
にできないか

★**できればこの発想が出てほしい**

ここで標準化の有用性を実感し　⇒　最初に提示した最終問題へ

２　教材の使用方法

最後に自力（グループも可）
で最終問題を解く！

資料Ｐ10参照

最終問題　君たちは今１億円を賭けた大勝負のまっただ中にいる。勝負の方法はいたって簡単。

【ルール】１枚のコインを２０回投げて、表が多く出た方の勝ち。イカサマが発覚した時点で負け。

【状　況】相手が先攻で、１５回表が出てしまった。なかなか難しい状況になった…。

君たちの選択肢は以下の２つ。

選択肢①：このまま１６回以上表が出ることを信じて戦う　⇒　勝てる確率はいかほどか

選択肢②：相手のコインの偏りに言及してイカサマを暴きにかかる　⇒　表裏に偏りアリと言えるか

※確率５％未満は非現実的であると考えてよい。

表が出る回数 X は二項分布 $B\left(20,\ \frac{1}{2}\right)$ に従っている。

$m=20\cdot\frac{1}{2}=10\quad \sigma^2=20\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=5$

近似的に正規分布 $N(10,\ 5)$ に従う。

よって、

$Z=\frac{X-10}{\sqrt{5}}$ は近似的に

標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

$P(X\geqq 15)$ を求める。

$\frac{15-10}{\sqrt{5}}\fallingdotseq 2.24$

これより

$P(X\geqq 15)$

$=P(Z\geqq 2.24)$

$=0.5-P(0\leqq Z\leqq 2.24)$

$=0.0125$

以上のことから

１５回以上表が出る確率は約1.3％であり、

表裏に偏りがあると言える。

その後、標本平均や
推定に繋げていく

正規分布の有用性を実感

仮説検定を理解

3　まとめ・成果

※生徒たちが書いた振り返りの一例

解いてみた感想と問題２への展望　◎評価ポイント

面積＝確率になるのを実感しました。
この単元に入って、初めて問題がわかって感動しました！

有用性の実感のみにとどまっている

最終問題を終えて（なんでもＯＫ）　◎評価ポイント

合わせて5% ⇒ 残りの%は95%，∴正規分布表に表すと.475%になる
(右部分を考えると) そのことより確率は0.475。これになるのは1.96のときである。
よって，P=15の22.2は1.96よりも右にあることより ① より ② に
賭けた方がよく。理論でこういうことが証明できるようになって嬉しい！

自分なりのまとめを作成している

解いてみた感想と問題２への展望　◎評価ポイント

対称性を使って確率で求めることもできる。→ 2次関数の対称性とか
3次関数のやつ？とかも
思い出した。

↑余弦っぽいなとか

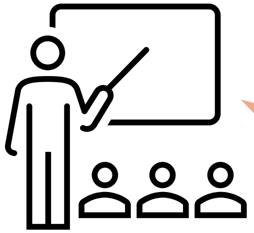
他分野までつなげようとしている

最終問題を終えて（なんでもＯＫ）　◎評価ポイント

最初はとんでもなく膨大な数になってしまいそうだったので解くことなんてできない
と感じていたけれど二項分布から正規分布、そして標準正規分布へと
バトンを渡していくことで、分布表を用いて簡単に解くことができたので
驚きです

この分野のつながりを自分なりに解釈している

3　まとめ・成果



よろしければ
御活用ください

【教材のポイント①～③】

①学ぶ順序の変更 → 仮説検定に自然に入ることができ、苦手意識をもたなかった。

②初めに「最終問題」として実生活に紐づいた課題を提示 → 目標が明確であるため、主体的に知識を吸収しようとしていた。

③随所に「評価ポイント」を設定しその都度振り返りを促した。 → 常に問題意識をもって臨み、主体的に学習に取り組んでいた。